

**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2001-2002. MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Se permitirá el uso de calculadoras (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.

- (a) [1'5 puntos] Determina la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que $f'(x) = 2x^3 - 6x^2$ y que su valor mínimo es -12 .
 (b) [1 punto] Calcula la ecuación de las rectas tangentes a la gráfica de f en los puntos de inflexión de su gráfica.

Ejercicio 2. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x|x - 4|$

- (a) [0'75 puntos] Esboza la gráfica de f .
 (b) [0'75 puntos] Estudia su derivabilidad en $x = 4$.
 (c) [1 punto] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Considera los puntos $A(1,-1,2)$, $B(1,3,0)$ y $C(0,0,1)$. Halla el punto simétrico de A respecto de la recta que pasa por B y C .

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Sean $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1-\alpha & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \alpha-1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -\alpha & 0 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$, $c = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

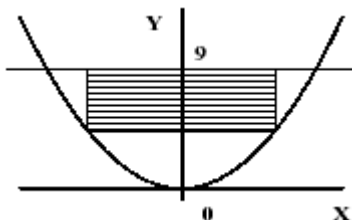
Determina α , si es posible, para uq los sistemas de ecuaciones (dados en forma matricial)

$$AX = b, \quad BX = c$$

Tengan infinitas soluciones (cada uno de ellos).

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Considera el recinto limitado por la curva $y = 1/3 x^2$ y la recta $y = 9$.



De entre todos los rectángulos situados como el de la figura, determina el que tiene área máxima.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Sea $\ln(x)$ el logaritmo neperiano de x . Esboza el recinto limitado por los ejes coordenados y las gráficas de las funciones $y = 1$ e $y = \ln(x)$. Calcula su área.

Ejercicio 3. Sea π el plano de ecuación $3x - y + 2z - 4 = 0$,

- (a) [1 punto] Halla la ecuación del plano π_1 que es paralelo a π y pasa por el punto $P(1,-2,2)$.
 (b) [1'5 puntos] Halla la ecuación del plano π_2 que es perpendicular a ambos que contienen a la recta

$$r \equiv \begin{cases} x-y+z = 1 \\ 2x+y-4z = 1 \end{cases}$$

Ejercicio 4. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

- (a) [1 punto] Siendo I la matriz identidad 3×3 y O la matriz nula 3×3 , prueba que $A^3 + I = O$,
 (b) [1'5 puntos] Calcula A^{10} .